Для доказательства следствия 2 мы пользуемся неравенством Гельдера и нашей теоремой.

В силу хорошо известных свойств потенциалов Рисса интеграл из (8) имеет разве лишь три критических точки $|x| = 0$, $|x| = 1$ и $|x| = \infty$. Следовательно, нетрудно вычислить максимальные и минимальные значения интеграла из (8) для $0 \leq |x| \leq 1$ или $1 \leq |x| \leq \infty$. Например, если $n \geq 2$ и $n - \beta t \in [0, n-1)$, то из (8) мы получаем точную оценку

$$|1 - |x|^2|^\beta |p_{n,\alpha}(x, f)| \leq \omega_n^{1/t} \|f\|_q. \tag{9}$$

Равенство в (9) будет в том случае, когда $|x| = 0$ и $f(y) = \mathrm{const}$.

Работа поддержана РФФИ (проект 99-01-00366) и грантом DFG.

Ю. Р. Агачев (Казань)

К ОПТИМИЗАЦИИ ПРЯМЫХ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Изучается задача оптимизации по порядку точности (см., напр., в [1]) прямых методов решения двух классов слабо сингулярных интегральных уравнений Фредгольма II рода.

Рассмотрим уравнение вида

$$x(t) + \int_a^b \mu(|t-s|) h(t,s) x(s)\, ds = y(t), \ a \leq t \leq b, \tag{1}$$

где $h(t,s)$ и $y(t)$ — известные непрерывные функции, $\mu(\tau)$ — известная функция, интегрируемая по Лебегу в промежутке $[0, b-a]$, а $x(t)$ — искомая.

Пусть $H_\omega(M)$ означает обобщенный класс функций Гёльдера, определенных на $[a,b]$ и ограниченных там по модулю положительной постоянной $M > 0$. Первый класс E_1 уравнений (1) задается соотношениями $h(\text{по } t) \in H_{\omega_1}(M_1)$, $y \in H_{\omega_2}(M_2)$, а второй класс E_2 представляет собой подкласс E_1, когда дополнительно

$h(\text{по } s) \in H_{\omega_3}(M_1)$; здесь ω_i, $i = \overline{1,3}$, — произвольно фиксированные модули непрерывности.

Для классов E_1 и E_2 уравнений (1) исследованы соответствующие классы решений, которые позволили найти порядковую величину оптимальной оценки погрешности [1] в пространстве $C[a,b]$ и построить оптимальные по порядку точности прямые и проекционные методы решения уравнений (1) из указанных классов.

Результаты распространены также на случай многомерных интегральных уравнений Фредгольма II рода в n-мерном кубе $\Omega = [a,b]^n$ $(n \geq 2)$ со слабо сингулярным ядром

$$x(t) + \int\limits_{\Omega} \mu(|t-s|)h(t,s)x(s)\,ds = y(t),\ t \in \Omega,$$

где $h(t,s)$ и $y(t)$ - известные функции своих аргументов $t, s \in \Omega$, $x(t)$ - искомая; здесь $\mu(\tau) \equiv \mu_1(\tau_1) \cdot \ldots \cdot \mu_n(\tau_n)$, $\tau = (\tau_1, \ldots, \tau_n)$, а $\mu_1, \ldots, \mu_n$ - известные функции, определенные на $[0, b-a]$ и интегрируемые там по Лебегу.

ЛИТЕРАТУРА

1. Габдулхаев Б. Г. *Оптимальные аппроксимации решений линейных задач.* - Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1980. - 232 с.

Ю. Р. Агачев, А. И. Леонов (Казань)

ОБ ОДНОМ ОПТИМАЛЬНОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Рассматривается общая линейная краевая задача

$$R_\nu(x) = 0, \quad \nu = \overline{0, p-1}, \tag{1}$$

для интегро-дифференциального уравнения

$$Kx \equiv x^{(p)}(t) + \sum_{k=1}^{p} g_k(t)\,x^{(p-k)}(t) +$$